Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні кафедри
приладів і систем
орієнтації і навігації
Протокол № 5/97
Від 11.06.1997 р.

Методичні вказівки

до контрольних завдань з курсу

«ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ»

для студентів спеціальностей

7.090901 «Приладобудування» та

7.090906 «Технологія приладобудування»

Київ 1997

Методичні вказівки до контрольних завдань з курсу «ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ» для студентів спеціальностей 7.090901 «Приладобудування» та 7.090906 «Технологія приладобудування» – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 36 с.

Укладачі	*Бондар Павло Михайлович* *Бурау Надія Іванівна*
Відповідальний редактор	*Г.Ф. Бублик.*
Рецензенти	*В.В. Цисарж* *В.В. Ляхін*

ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки складені відповідно до діючої програми учбової дисципліни «Теорія автоматичного керування» (ТАК) для студентів механічного профілю приладобудівного факультету.

Мета цього учбового посібника – допомогти студентам в надбанні необхідних практичних навичок аналізу лінійних систем автоматичного керування (САК) за вивчення даного курсу і у виконанні курсової роботи. Основну увагу приділено практичним питанням аналізу лінійних систем, які можуть слугувати базою за виконання курсової роботи та сприяти розвитку навичок самостійної творчої роботи студентів в процесі навчання.

Вирішення контрольних завдань, так само як і виконання курсової роботи з дисципліни «Теорія автоматичного керування», сприятиме закріпленню, поглибленню та узагальненню теоретичних основ курсу і, на думку авторів, забезпечить ефективну підготовку студентів до здачі екзаменів з даної дисципліни.

1. Визначення передаточних функцій елементів САК

У ТАК елементи автоматичних систем з точки зору їх динамічних властивостей зображують за допомогою динамічних ланок. Під динамічною ланкою розуміють математичну модель штучно виділеної частини системи, яка характеризується певним алгоритмом передачі сигналу зі входу ланки на її вихід (мал. 1).

Мал.1

Вхідна $x_{вх.}$ і вихідна $x_{вих.}$ величини відповідають фізичним величинам, що зображують дію попередньої ланки на дану ланку ($x_{вх.}$) і дію даної ланки на наступну ($x_{вих.}$). Рівняння динаміки елементу системи (ланки) визначає залежність його вихідної величини $x_{вх.}$ від вхідної величини $x_{вих.}$ і, як правило, подається в диференціальній формі. Ланка САК може являти собою технічний пристрій будь-якої фізичної природи, конструкції та призначення. Тому складання рівняння динаміки конкретної ланки є предметом відповідної галузі технічних наук (механіки, електротехніки, теплотехніки і т.ін.), до яких і слід звертатися кожного разу.

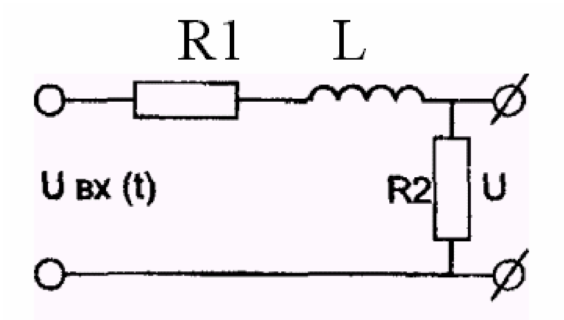
Якщо задано диференціальне рівняння, що описує залежність вихідної величини елементу від вхідної, передаточна функція ланки $W(p)$ визначається за допомогою перетворення Лапласа за нульових початкових умов.

Розглянемо визначення передаточної функції ланки на прикладі диференціального рівняння електричного RL - ланцюжка (мал. 2):

$$T\frac{dU_{вих}(t)}{dt}+U_{вих}(t)=KU_{вх}(t); \qquad (1)$$

де $T=\dfrac{L}{R1+R2}$ - стала часу;

$K=\dfrac{R2}{R1+R2}$ - коефіцієнт підсилення ланки.



Мал. 2.

Запишемо початкове диференціальне рівняння в операційній формі (тобто в зображеннях за Лапласом), використовуючи такі теореми перетворення Лапласа:

1. Теорема про додавання (лінійність перетворення)

$$L\{a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)\} = a_1 L\{f_1(t)\} + a_2 L\{f_2(t)\}.$$

2. Теорема про інтегрування

$$L\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \frac{F(p)}{p}.$$

3. Теорема про диференціювання (за нульових початкових умов)

$$L\left\{f^{(n)}(t)\right\} = p^n F(p).$$

Тут $F(p) = L\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$ - зображення за Лапласом функції часу $f(t)$; $p = \sigma + j\omega$ - комплексна змінна перетворення Лапласа.

Відповідно до наведених теорем, функції часу, що входять до диференціального рівняння, замінюються на їх зображення за Лапласом, а операції диференціювання (інтегрування) у випадку нульових початкових умов - множенням (діленням) на комплексну змінну p зображень функцій, від яких береться похідна (інтеграл).

Диференціальне рівняння (1) в операційній формі для випадку нульових початкових умов має вигляд:

$$(Tp + 1)U_{вих}(p) = KU_{вх}(p). \qquad (2)$$

Передаточна функція ланки (системи) $W(p)$ являє собою відношення зображень за Лапласом вихідної $X_{вих}(p)$ і вхідної $X_{вх}(p)$ величин за нульових початкових умов:

$$W(p) = \frac{X_{вих}(p)}{X_{вх}(p)}, \qquad (3)$$

тобто передаточна функція може бути визначена із рівняння ланки, записаного в операційній формі, і для рівняння (2) має вигляд:

$$W(p) = \frac{U_{вих}(p)}{U_{вх}(p)} = \frac{K}{Tp + 1}. \qquad (4)$$

Якщо елемент системи має дві вхідних величини, необхідно визначити дві передаточні функції (за кожним входом). Нехай диференціальне рівняння елемента:

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_1 x(t) - k_2 f(t), \tag{5}$$

де $y(t)$ - вихідна величина; $x(t)$, $f(t)$ - відповідно регулююче і збурююче діяння (знак “-” показує, що за зростання $f(t)$ відбувається зменшення $y(t)$).

Покладаємо, $y = y_x + y_f$ тоді рівняння (5) розбивається на два рівняння:

$$T\frac{dy_x(t)}{dt} + y_x(t) = k_1 x(t); \tag{6}$$

$$T\frac{dy_f(t)}{dt} + y_f(t) = -k_2 f(t); \tag{7}$$

яким відповідають дві передаточні функції:

$$W_{yx}(p) = \frac{y_x(p)}{x(p)} = \frac{k_1}{Tp+1} \quad ; \tag{8}$$

$$W_{yf}(p) = \frac{y_f(p)}{f(p)} = \frac{-k_2}{Tp+1} \quad ; \tag{9}$$

де y_x - вихідна величина, що зумовлена регулюючим діянням x за $f = 0$**;** y_f - вихідна величина, що зумовлена збурюючим діянням f за $x = 0$.

2. Часові характеристики елементів (системи)

2.1. Перехідна функція ланки (системи) h(t).

<u>Перехідною функцією</u> <u>ланки (системи)</u> $h(t)$ зветься реакція ланки (системи) на одиничне ступінчасте діяння (мал. 3,а), тобто перехідний процес на виході $x_{вих}(t)$ за одиничного стрибка на вході $x_{вх}(t)$ за нульових початкових умов.

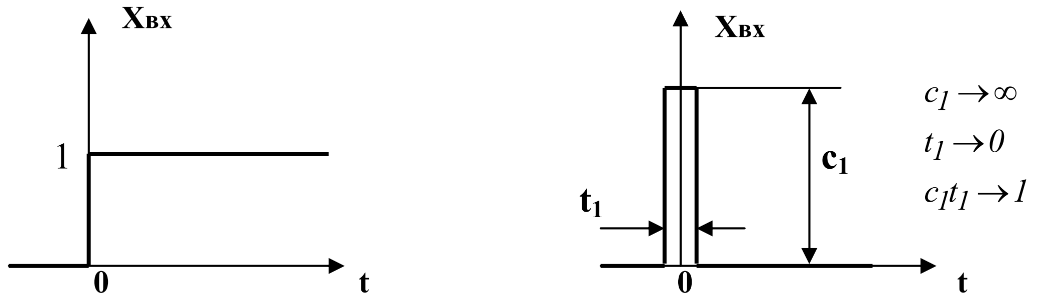
Перехідна функція $h(t)$ може бути визначена вирішенням диференціального рівняння ланки (системи) звичайним або операційним методами. Для визначення $h(t)$ операційним методом в рівнянні (3) підставимо зображення одиничної ступінчастої функції $X_{вх}(p) = L\{1(t)\} = \frac{1}{p}$ і знайдемо зображення перехідної функції:

$$H(p) = X(p) = \frac{W(p)}{p}. \quad (10)$$

Таким чином, зображення перехідної функції ланки (системи) дорівнює передаточній функції, поділеній на комплексну змінну перетворення Лапласа p.

Перехідна функція $h(t)$ визначається як обернене перетворення Лапласа (тобто оригінал) від зображення $H(p)$:

$$h(t) = L^{-1}\{H(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{W(p)}{p}\right\} \quad (11)$$



а) б)

Мал. 3

Для розглядуваного прикладу ланки з передаточною функцією (4) перехідну функцію визначаємо з виразу:

$$h(t) = L^{-1} \left\{\frac{K}{p(Tp+1)}\right\}. \quad (12)$$

Методи визначення оригіналу функції за відомим її зображенням наведені в п. 2.3.

2.2. Імпульсна перехідна (вагова) функція ланки (системи) w(t).

<u>Ваговою функцією</u> $w(t)$ зветься реакція ланки (системи) на одиничний імпульс $\delta(t)$ на вході ланки (системи), тобто на миттєвий імпульс нескінченно великої амплітуди і одиничної площі (мал.3,б).

Оскільки одиничний імпульс $\delta(t)$ може бути отриманий диференціюванням одиничного стрибка $\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$, або ж в операційній формі $\delta(t) = p \cdot L\{1(t)\} = p \cdot \frac{1}{p} = 1$, то зображення вагової функції ланки (системи) дорівнює відповідній передаточній функції:

$$L\{w(t)\} = W(p) \cdot \delta(p) = W(p). \tag{13}$$

Таким чином, щоб отримати вагову функцію $w(t)$, треба знайти оригінал (обернене перетворення Лапласа), що відповідає передаточній функції:

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = \frac{1}{2\pi j}\int\limits_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} W(p)e^{pt}dp, \tag{14}$$

де $L^{-1}\{\bullet\}$ знак оберненого перетворення Лапласа.

Для ланки з передаточною функцією (4) вираз для визначення вагової функції (14) запишемо у вигляді:

$$w(t) = L^{-1}\left\{\frac{K}{Tp+1}\right\} \tag{15}$$

2.3. Визначення оригіналу функції за її зображенням (обернене перетворення Лапласа)

Розглянемо деякі способи оберненого перетворення Лапласа, які дозволяють на практиці досить просто визначати оригінал функції за її зображенням, тобто такі, що є простими інженерними методами визначення перехідної *h(t)* і вагової *w(t)* функцій ланки (системи) за відомою передаточною функцією *W(p)*.

1. В найпростішому випадку оригінал функції можна визначити **за** таблицею перетворень Лапласа [2], якщо зображення є табличним.

В таблиці 1 наведені оригінали і зображення Лапласа для деяких простих функцій, що найчастіше зустрічаються в задачах ТАК.

2. Якщо зображення за Лапласом є дробово-раціональною функцією *p,* то таку функцію можна розкласти на елементарні дроби і, скориставшись теоремою про додавання, обмежитись оберненим перетворенням Лапласа елементарних зображень, наведених в табл. 1.

<u>Приклад 1.</u>

Визначимо вагову функцію *w(t)* ланки з передаточною функцією

$$W(p) = \frac{1}{p(p+a)}.$$

В даному прикладі для наочності використовується зображення табличної функції. Вагова функція відповідно до (14) визначається з виразу:

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{p(p+a)}\right\}.$$

Початкове зображення подамо у вигляді суми елементарних дробів:

$$\frac{1}{p(p+a)}=\frac{A}{p}+\frac{B}{p+a}=\frac{p(A+B)+aA}{p(p+a)},$$

де коефіцієнти A і B підлягають визначенню.

Для виконання останньої рівності треба зрівняти чисельники початкового та результуючого дробів:

$$p\,(A+B)+aA=1\ .$$

Зрівнявши коефіцієнти при однакових степенях p правої і лівої частин отриманої рівності:

$$p^1:\ A+B=0;$$
$$p^0:\ Aa=1,$$

отримаємо систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих A і B**,** звідки:

$$A=\frac{1}{a};$$

$$B=-A=-\frac{1}{a}.$$

Початкове зображення тепер запишемо у вигляді

$$\frac{1}{p(p+a)}=\frac{1}{a}\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{p+a}\right)\quad .$$

Оригінали елементарних зображень у правій частині рівності знаходимо за таблицею 1 і, використовуючи теорему про додавання, запишемо шуканий вираз для вагової функції:

$$w(t)=L^{-1}\left\{\frac{1}{p(p+a)}\right\}=\frac{1}{a}(1-e^{-at}).$$

<u>Приклад 2.</u>

Визначимо вагову функцію $w(t)$ ланки з передаточною функцією

$$W(p)=\frac{p^2-p+3}{(p+1)(p^2+1)}$$

Запишемо

$$w(t)=L^{-1}\{W(p)\}=L^{-1}\left\{\frac{p^2-p+3}{(p+1)(p^2+1)}\right\}$$

Таблиця 1

№ п/п	**Оригінал f(t)**	**Зображення F(p)**
1.	$\delta(t)$	1
2.	$1(t)$	$\dfrac{1}{p}$
3.	$A\cdot 1(t)$	$\dfrac{A}{p}$
4.	t^n	$\dfrac{n!}{p^{n+1}}$
5.	e^{-at}	$\dfrac{1}{p+a}$
6.	$\dfrac{1}{a}(1-e^{-at})$	$\dfrac{1}{p(p+a)}$
7.	$sin\lambda t$	$\dfrac{\lambda}{p^2+\lambda^2}$
8.	$cos\lambda t$	$\dfrac{p}{p^2+\lambda^2}$
9.	$e^{-at}\,sin\lambda t$	$\dfrac{\lambda}{(p+a)^2+\lambda^2}$
10.	$e^{-at}\,cos\lambda t$	$\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\lambda^2}$

Початкове зображення подамо у вигляді суми елементарних зображень, оригінали яких є в таблиці 1.

$$\frac{p^2-p+3}{(p+1)(p^2+1)}=\frac{A}{p+1}+\frac{Bp+C}{p^2+1}=\frac{p^2(A+B)+p(B+C)+A+C}{(p+1)(p^2+1)}.$$

Зрівнявши чисельники початкового та результуючого дробів, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів *A, B і C:*

$$p^2-p+3=p^2(A+B)+p(B+C)+A+C;$$

$$p^2: A+B=1;$$

$$p^1: B+C=-1;$$

$$p^0: A+C=3,$$

звідки $A = 2{,}5;\ B = -1{,}5;\ C = 0{,}5.$

Таким чином, розкладання $W(p)$ на суму елементарних дробів має вигляд:

$$W(p) = \frac{p^2 - p + 3}{(p+1)(p^2+1)} = 2{,}5\frac{1}{p+1} - 1{,}5\frac{p}{p^2+1} + 0{,}5\frac{1}{p^2+1}$$

Знаходимо за таблицею 1 оригінали зображень елементарних функцій і записуємо вираз для вагової функції:

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = 2{,}5e^{-t} - 1{,}5\cos t + 0{,}5\sin t$$

3. Використання теореми про розкладання.

Початкове зображення може бути подане у вигляді: $y(p) = \dfrac{B(p)}{D(p)}$,

де $B(p)$ - поліном чисельника; $D(p)$ – поліном знаменника (характеристичний поліном).

<u>Якщо рівняння $D(p)=0$ не має нульових коренів, а ті корені, що є, дійсні не кратні</u>, то оригінал функції визначається за формулою:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{B(p_i)}{D'(p_i)} e^{p_i t}\ . \tag{16}$$

де p_i, - корені характеристичного рівняння $D(p) = 0$;

$$B(p_i) = B(p)\Big|_{\,p=p_i};\ D'(p_i) = \frac{dD(p)}{dp}\Big|_{\,p=p_i}.$$

Для знаходження оригіналу у вигляді (16) необхідно:

1) знайти корені $p_1, p_2, ..., p_n$ знаменника ($D(p) = 0$)**;**

2) знайти похідну $D'(p)$**;**

3) підставити послідовно корені $p_1, p_2, ..., p_n$ в $D'(p)$ та $B(p)$ і знайти значення дробів $\dfrac{B(p_i)}{D'(p_i)}$**,** $(i= 1,n)$**;**

4) скласти суму (16).

<u>Приклад 3.</u> Визначимо оригінал функції за зображенням

$$y(p) = \frac{p+3}{p^2+6p+5},$$

де $B(p)=p+3$**;** $D(p)=p^2+6p+5$**:**

1) знаходимо корені знаменника $D(p)=0$**:**

$p_1=-1;\ p_2=-5$**;**

2) знаходимо похідну: $D'(p_i)=2p+6$

3) підставляємо p_1 і p_2 в $D'(p)$ та $B(p)$ і знаходимо значення дробів:

$$\frac{B(p_1)}{D'(p_1)}=\frac{(-1)+3}{2(-1)+6}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{B(p_2)}{D'(p_2)}=\frac{(-5)+3}{2(-5)+6}=-\frac{1}{2}$$

4) складаємо суму (16):

$$y(t)=\frac{1}{2}e^{-t}-\frac{1}{2}e^{-5t}$$

Якщо серед коренів рівняння $D(p)=0$ є комплексні спряжені:

$$p_k=\alpha+j\beta;\ p_{k+1}=\alpha-j\beta;$$

то $\dfrac{B(p_{k+1})}{D'(p_{k+1})}=\dfrac{a+jb}{c+jd}=r+jq;$

і

$$\frac{B(p_{k+1})}{D'(p_{k+1})}=\frac{a-jb}{c-jd}=r-jq.$$

Запишемо комплексні числа в показниковій (векторній) формі:

$$\frac{B(p_k)}{D'(p_k)}=Ae^{j\varphi},$$

де $A=\sqrt{r^2+q^2};\ \varphi=arctg\,\dfrac{q}{r},$

тоді $\dfrac{B(p_{k+1})}{D'(p_{k+1})}=Ae^{-j\varphi},$

і серед доданків в сумі (16) будуть міститись доданки вигляду:

$$Ae^{j\varphi}e^{(\alpha+j\beta)t}+Ae^{-j\varphi}e^{(\alpha-j\beta)t}.$$

Скориставшись тотожністю Ейлера $e^{jz}=cos\,z+j\,sin\,z$, отримаємо:

$$e^{j(\beta t+\varphi)}=cos(\beta t+\varphi)+j\,sin(\beta t+\varphi);$$

$$e^{-j(\beta t+\varphi)}=cos(\beta t+\varphi)-j\,sin(\beta t+\varphi).$$

Отже,

$$Ae^{j\varphi}e^{(\alpha+j\beta)t}+Ae^{-j\varphi}e^{(\alpha-j\beta)t}=Ae^{\alpha t}\left[e^{j(\beta t+\varphi)}+e^{-j(\beta t+\varphi)}\right]=2Ae^{\alpha t}cos(\beta t+\varphi).$$

Таким чином, якщо характеристичний поліном $D(p)=0$ має n дійсних коренів і s пар комплексно-спряжених коренів, вираз дня оригінала функції (16) набуває вигляду:

$$y(t)=\sum_{i=1}^{n}C_i e^{p_i t}+\sum_{k=1}^{s}2A_k e^{\alpha_k t}cos(\beta_k t+\varphi_k) \qquad (17)$$

де n - число дійсних коренів; p_i - дійсний корінь; s - число пар комплексно спряжених коренів; α_k і β_k - відповідно дійсна та уявна частини комплексного кореня p_k;

$$Ci=\frac{B(p_i)}{D'(p_i)} \quad ;$$

$$A_k=\sqrt{r_k^2+q_k^2}; \qquad \varphi_k=arctg\frac{q_k}{r_k};$$

r_k і q_k - відповідно дійсна та уявна частини виразу $\frac{B(p_k)}{D'(p_k)}$ у випадку комплексно-спряжених коренів.

Якщо, крім розглянутих вище, характеристичний поліном має нульовий корінь , тобто $D(p)=p\cdot D_1(p)$, то вираз (16) можна зобразити у вигляді:

$$y(t)=\frac{B(0)}{D_1(0)}+\sum_i\frac{B(p_i)}{p_iD_1'(p_i)}e^{p_i t} \qquad (18)$$

де p_i - корені рівняння $D_1(p) = 0$.

Контрольні завдання № 1

Визначити передаточну функцію $W(p)$, вагову $w(t)$ і перехідну $h(t)$ функції елемента системи за заданим рівнянням динаміки, де $x_1(t)$ і $x_2(t)$ - відповідно вхідна і вихідна величини.

1. $T\frac{d^2x_2(t)}{dt^2}+\frac{dx_2(t)}{dt}=kx_1(t);$ $\qquad k=10$ с$^{-1}$; $T=0{,}01$ с.

2. $T_2\frac{dx_2(t)}{dt}+x_2(t)=T_1\frac{dx_1(t)}{dt}+x_1(t);$ $\qquad T_1=0{,}1$ с; $T_2=10$ с.

3. $T\frac{dx_2(t)}{dt}+x_2(t)=k\frac{dx_1(t)}{dt}$ $\qquad k=10$ с$^{-1}$; $T=10$ с.

4. $T_1^2 \dfrac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + T_2 \dfrac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = x_1(t)$ $\qquad T_1 = 0{,}1$ с; $T_2 = 0{,}25$ с.

5. $\dfrac{d^2 x_2(t)}{dt^2} = T \dfrac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t)$ $\qquad T = 1$ с.

6. $T \dfrac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = \dfrac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t)$ $\qquad T = 10$ с.

7. $T_2 \dfrac{dx_2(t)}{dt} = T_1 \dfrac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t)$ $\qquad T_1 = 0{,}1$ с; $T_2 = 0{,}05$ с.

8. $T \dfrac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + \dfrac{dx_2(t)}{dt} = \dfrac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t)$ $\qquad T = 5$ с.

9. $T_2^2 \dfrac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + T_1 \dfrac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = kx_1(t)$ $\qquad k = 10$ с$^{-1}$; $T_1 = 1{,}25$ с; $T_2 = 0{,}5$ с.

10. $T_2 \dfrac{d^2 x_2(t)}{dt^2} = T_1 \dfrac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t)$ $\qquad T_1 = 2$ с; $T_2 = 0{,}1$ с.

11. $T \dfrac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = k \dfrac{dx_1(t)}{dt}$ $\qquad k = 5$ с$^{-1}$; $T = 5$ с.

12. $T_2 \dfrac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = T_1 \dfrac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t);$ $\qquad T_1 = 1$ с; $T_2 = 0{,}1$ с.

13. $T \dfrac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + \dfrac{dx_2(t)}{dt} = kx_1(t);$ $\qquad k = 10$ с$^{-1}$; $T = 1$ с.

14. $T_2^2 \dfrac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + T_1 \dfrac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = x_1(t)$ $\qquad T_1 = 0{,}2$ с; $T_2 = 0{,}1$ с.

15. $T \dfrac{dx_2(t)}{dt} = \dfrac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t)$ $\qquad T = 0{,}1$ с.

16. $T \dfrac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + \dfrac{dx_2(t)}{dt} = \dfrac{dx_1(t)}{dt} + x_1(t)$ $\qquad T = 0{,}5$ с.

17. $T\dfrac{dx_2(t)}{dt}+x_2(t)=k_1\dfrac{dx_1(t)}{dt}+k_2x_1(t)$ $\qquad k_1=10$ с$^{-1}$; $k_2=5$ с$^{-1}$; $T=10$ с.

18. $T_2\dfrac{d^2x_2(t)}{dt^2}=T_1\dfrac{dx_1(t)}{dt}+x_1(t)$ $\qquad T_1=0{,}05$ с; $T_2=0{,}1$ с.

3. Правила перетворення структурних схем

Під структурною схемою розуміють графічне зображення математичної моделі САК у вигляді сполучення ланок. Структурна схема в найбільш наочній формі показує математичний бік перетворення змінних за часом сигналів окремими елементами та всією системою в цілому. Структурна схема САК може бути отримана із функціональної схеми, якщо відомі передаточні функції і параметри усіх елементів системи.

Часто САК мають складну структуру і є багатоконтурними, що ускладнює операцію визначення передаточних функцій системи, а відтак і аналіз її динаміки. Для зручності розрахунків характеристик автоматичних систем необхідно перетворити структурну схему системи до будь-якого бажаного вигляду.

Наведемо деякі найпростіші правила перетворення структурних схем.

1. Використання правил визначення передаточних функцій для типових сполучень ланок:

• послідовне сполучення:

$$W(p)=\prod_{i=1}^{n}W_i(p) \qquad (19)$$

• паралельне сполучення:

$$W(p)=\sum_{i=1}^{n}W_i(p); \qquad (20)$$

• ланка, охоплена зворотним зв’язком :

$$W(p)=\frac{W_1(p)}{1\pm W_1(p)W_{33}(p)}, \qquad (21)$$

де $W_1(p)$ - передаточна функція ланки, охопленої зворотним зв'язком;
$W_{33}(p)$ - передаточна функція ланки в каналі зворотнього зв'язку (знак "-" відповідає додатному зворотньому зв'язку, знак "+" - від'ємному).

2. Перенесення точки прикладання зовнішнього діяння вперед або назад по ланцюгу таким чином, щоб не змінювалась передача сигналу на вихід цього

ланцюга (мал. 4).

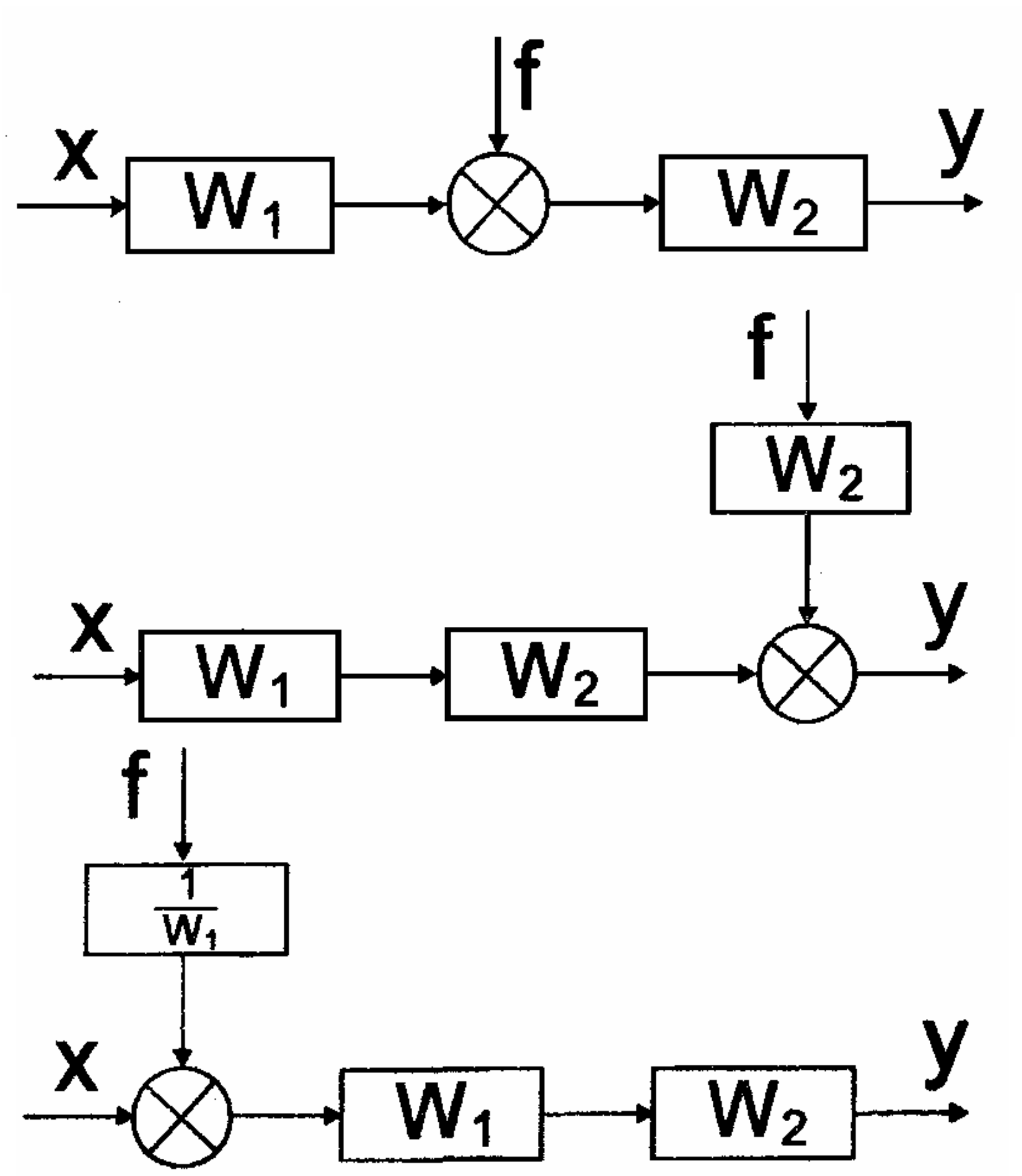
При перенесенні зовнішнього діяння по ланцюгу вперед в канал зовнішнього діяння слід додати передаточну функцію тих ланок, через які зроблено перенесення (мал. 4,б).

При перенесенні зовнішнього діяння по ланцюгу назад в канал зовнішнього діяння додається передаточна функція, обернена до передаточної функції ланок, через які зроблено перенесення (мал. 4,в).

а)

б)

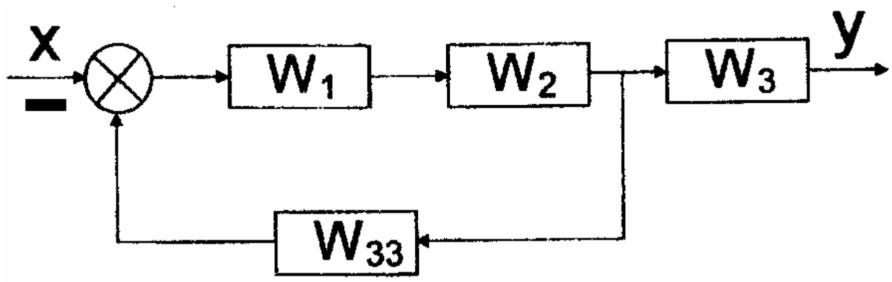
в)



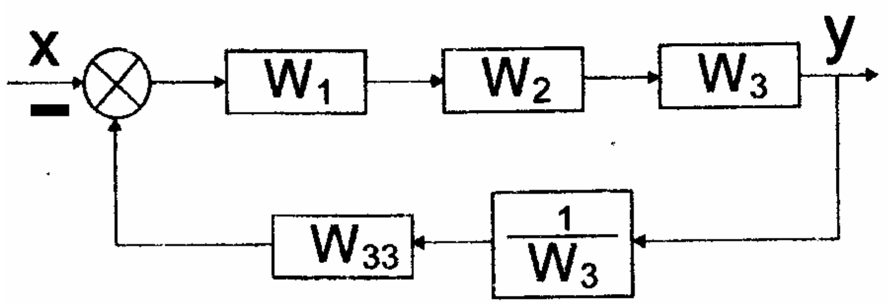
Мал.4.

3. Перенесення точки підключення ланки паралельного контуру вперед або назад по ланцюгу з відповідними додаваннями (мал. 5).

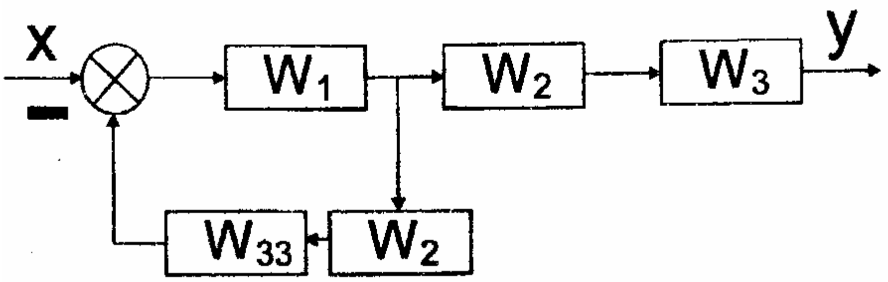
а)



б)



в)



Мал. 5.

При перенесенні вперед в канал паралельного контуру додається передаточна функція, обернена до передаточної функції ланок, через які зроблено перенесення (мал. 5,б).

При перенесенні назад - додається передаточна функція тих ланок, через які зроблено перенесення (мал. 5,в).

4. Перенесення місця включення зворотнього зв'язку вперед або назад по ланцюгу здійснюється з такими ж додаваннями, як і в попередньому випадку (мал. 6).

Обмежимося цими основними правилами структурних перетворень. За аналогією з ними можна здійснювати бажані перетворення будь-яких структурних схем.

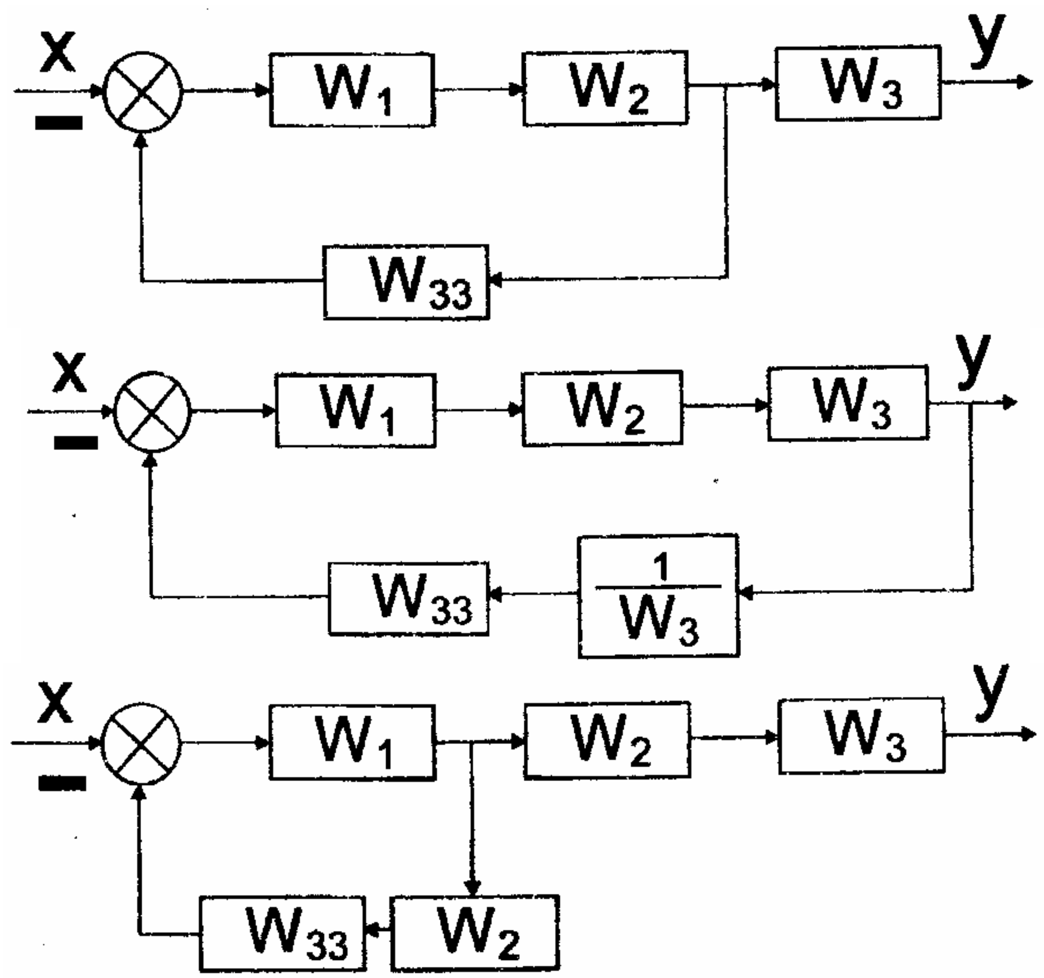
Як правило, вилученням паралельних і місцевих зворотніх зв'язків структурну схему САК приводять до одноконтурної (мал. 7), що дає змогу досить просто визначити передаточні функції САК.

На мал. 7 $W_{пр}(p)$ - передаточна функція ланок в прямому ланцюгу керування; $W_{зз}(p)$ • передаточна функція ланок в зворотньому зв'язку; $W_f(p)$ - передаточна функція в каналі збурення; $\delta(p) = X(p) - Y(p)$ - зображення сигналу розбіжності (помилка системи).

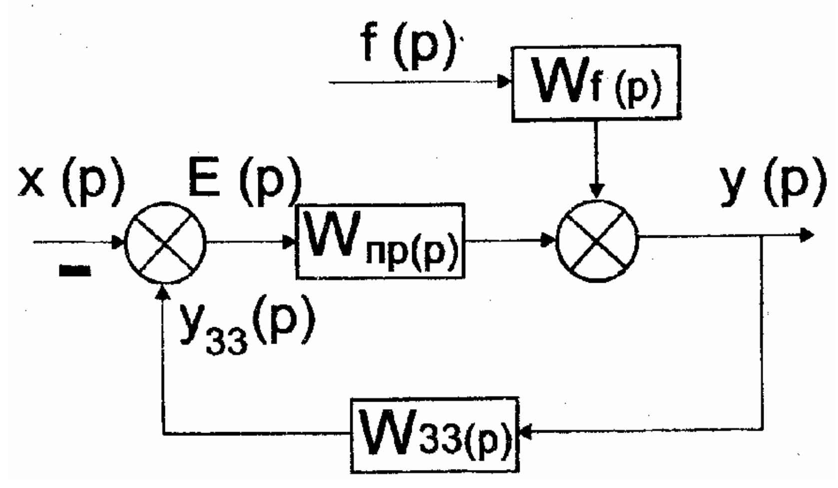
а)

б)

в)



Мал. 6.



Мал. 7.

<u>Передаточна функція розімкненої системи</u> $W_{роз}(p)$ дорівнює добутку передаточних функцій всіх ланок, що входять до замкненого контуру:

$$W_{роз}(p) = W_{пр}(p) W_{зз}(p), \tag{22}$$

а для системи з одиничним зворотним зв'язком ($W_{зз}(p)=1$):

$$W_{роз}(p)=W_{пр}(p) \tag{23}$$

Після визначення передаточної функції розімкненої системи знаходимо передаточні функції замкненої системи :

• за задаючим діянням:

$$\Phi(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}=\frac{W_{пр}(p)}{1+W_{пр}(p)W_{зз}(p)}=\frac{W_{пр}(p)}{1+W_{роз}(p)}\quad , \tag{24}$$

або для ($W_{зз}(p)=1$):

$$\Phi(p)=\frac{W_{роз}(p)}{1+W_{роз}(p)}; \tag{25}$$

• за помилкою системи:

$$\Phi_{\delta}(p)=\frac{\delta(p)}{X(p)}=\frac{1}{1+W_{роз}(p)}; \tag{26}$$

• за збурюючим діянням:

$$\Phi_{f}(p)=\frac{Y(p)}{f(p)}=\frac{W_{f}(p)}{1+W_{роз}(p)}. \tag{27}$$

Вирази (24)...(27) мають однакові знаменники, які визначають характеристичне рівняння $D(p)$ замкненої системи. Якщо передаточну функцію розімкненої системи в загальному випадку записати у вигляді:

$$W_{роз}(p)=\frac{R(p)}{Q(p)},$$

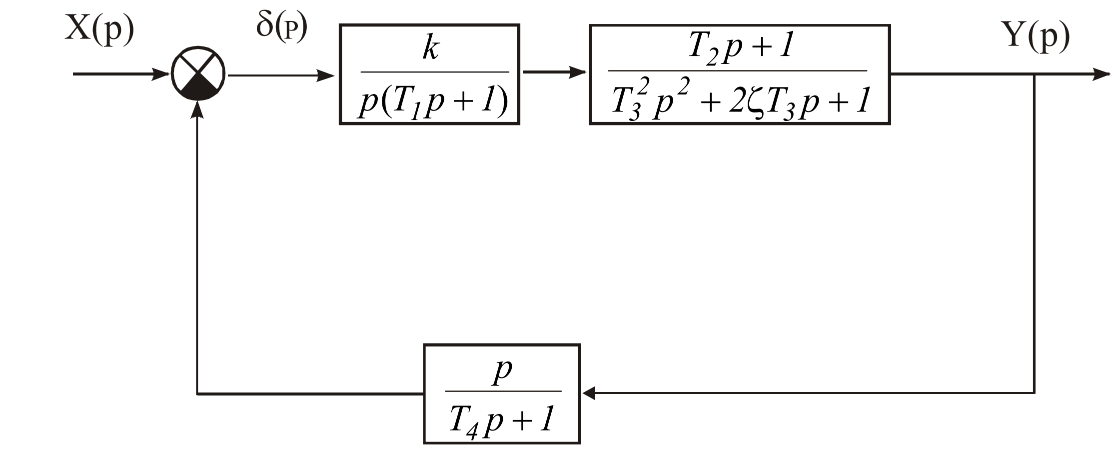
то для отримання характеристичного рівняння слід до знаменника передаточної функції розімкненої системи додати її чисельник:

$$D(p)=Q(p)+R(p)=0 \tag{28}$$

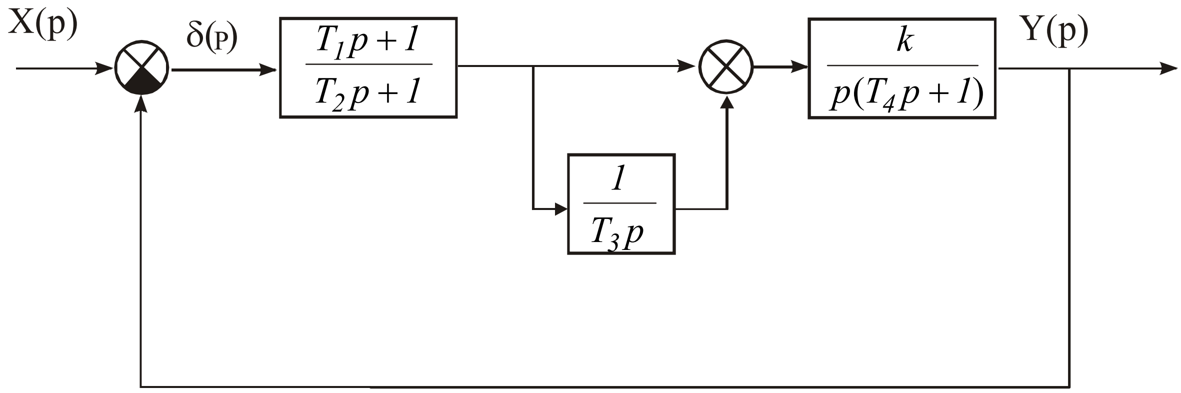
Контрольні завдання № 2

Визначити передаточну функцію розімкненої системи $W_{роз}(p)$, передаточну функцію замкненої системи за задаючим діянням $\Phi(p)$ і передаточну функцію замкненої системи за помилкою $\Phi_{\delta}(p)$.

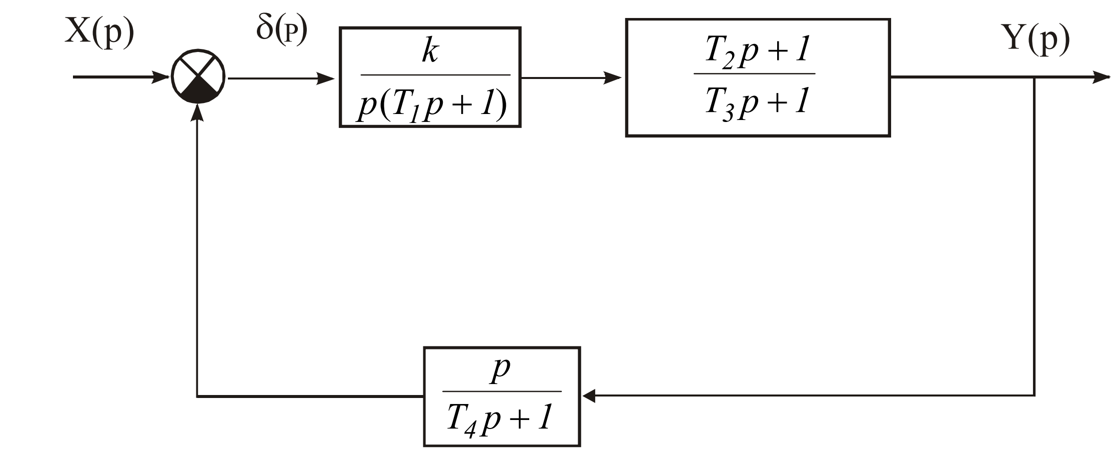
1. $k=10$ c^{-1}, $T_1=0.05$ c, $T_2=0.02$ c, $T_3=0.01$ c, $T_4=0.1$ c, $\zeta=0.7$.



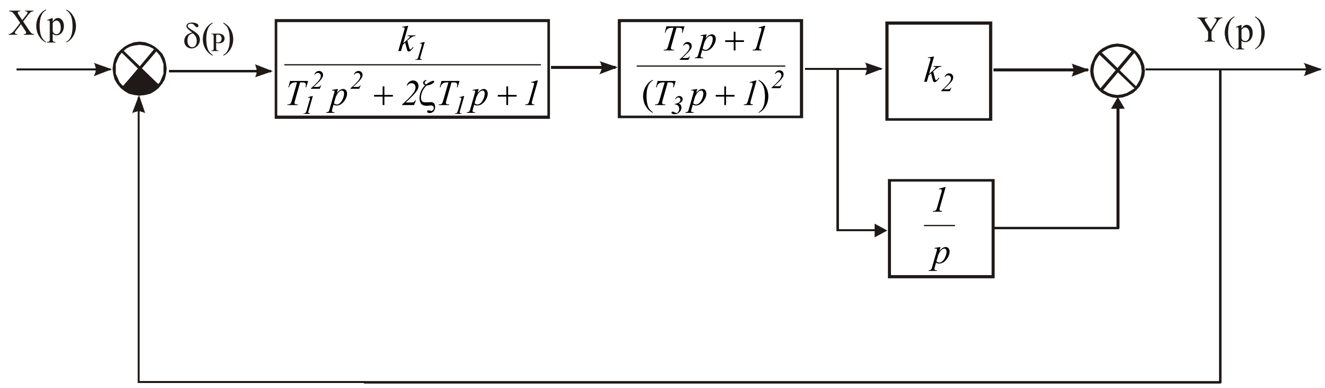
2. $k_1=1$ c^{-1}, $T_1=0.05$ c, $T_2=0.5$ c, $T_3=1$ c, $T_4=0.01$ c.



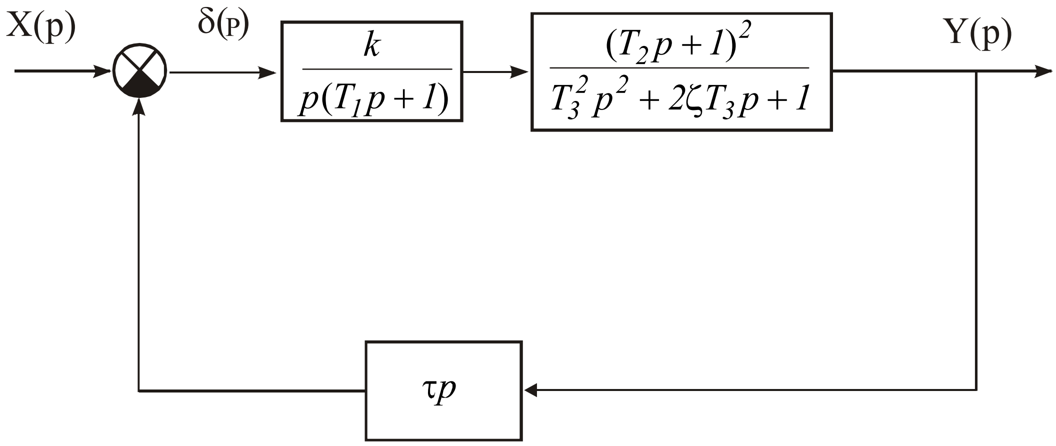
3. $k=0.1$ c^{-1}, $T_1=0.5$ c, $T_2=0.05$ c, $T_3=0.01$ c, $T_4=0.1$ c.



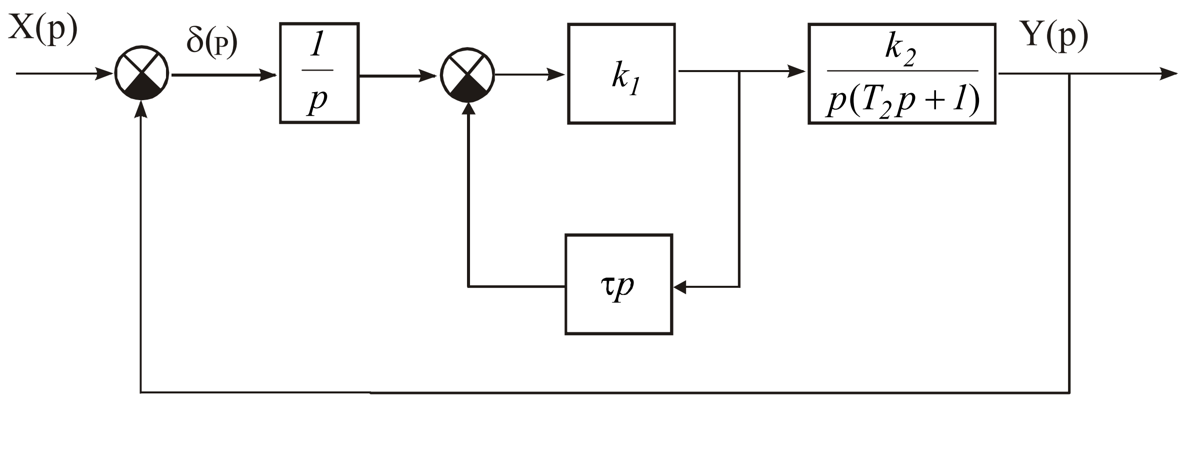
4. $k_1 = 10$ с$^{-1}$, $k_2 = 0.5$ с, $T_1 = 0.01$ с, $T_2 = 0.1$ с, $T_3 = 1$ с, $\zeta = 0.7$.



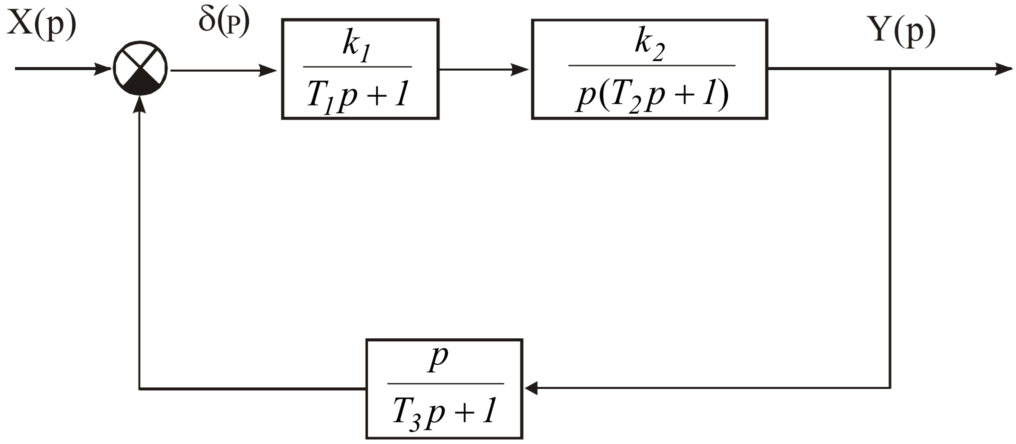
5. $k = 10$ с$^{-1}$, $T_1 = 1$ с, $T_2 = 0.1$ с, $T_3 = 0.01$ с, $\tau = 0.01$ с, $\zeta = 0.7$.



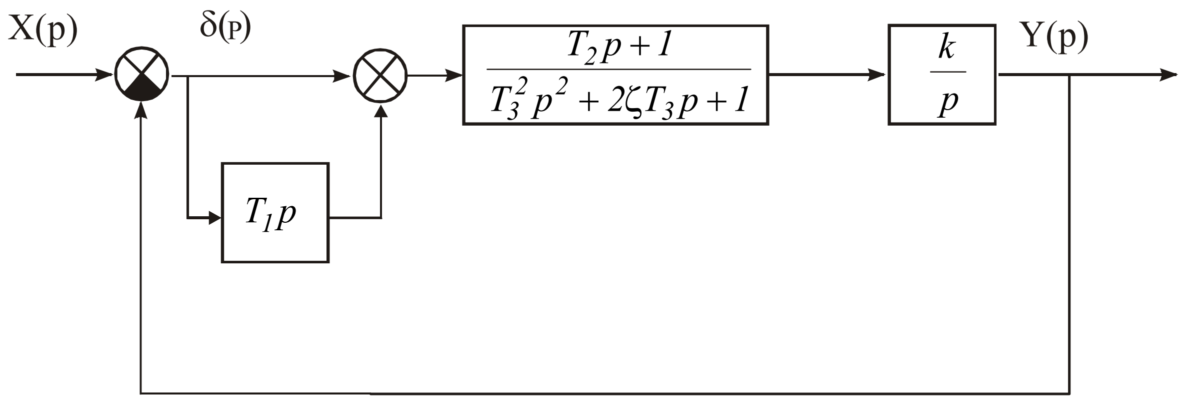
6. $k_1 = 0.1$ с$^{-1}$, $k_2 = 10$ с$^{-1}$, $T_2 = 0.1$ с, $\tau = 0.2$ с.



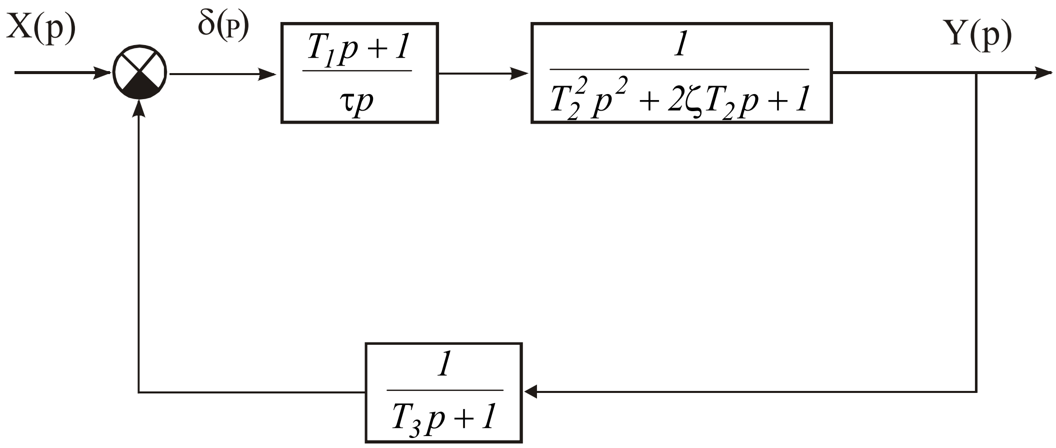
7. $k_1 = 2$ c^{-1}, $k_2 = 50$ c^{-1}, $T_1 = 1$ c, $T_2 = 0.1$ c, $T_3 = 0.01$ c.



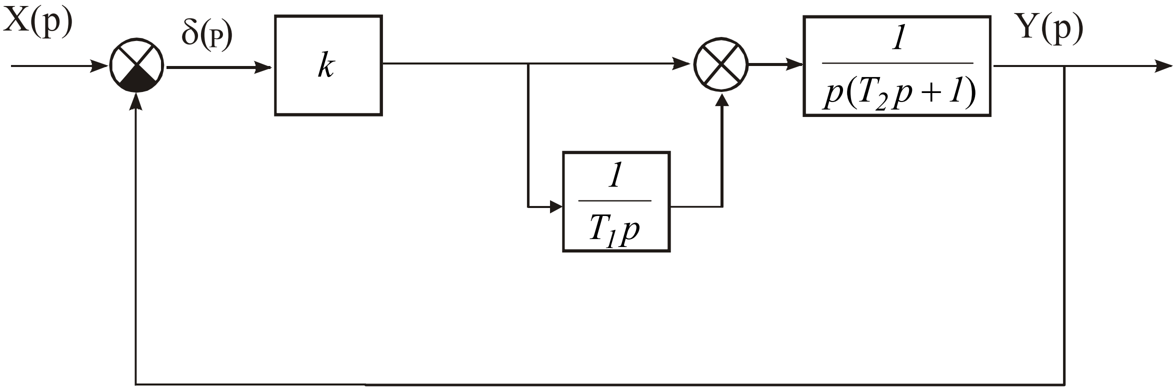
8. $k = 10$ c^{-1}, $T_1 = 0.01$ c, $T_2 = 0.02$ c, $T_3 = 1$ c, $\zeta = 0.7$.



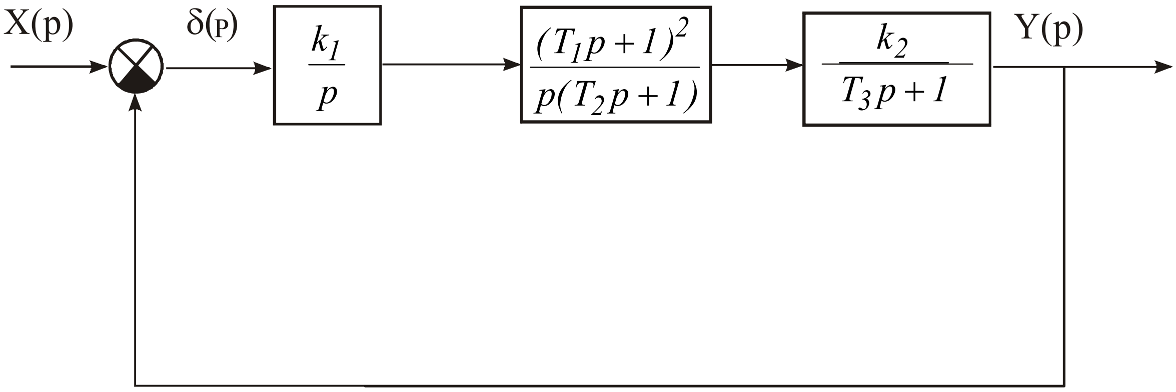
9. $T_1 = 0.1$ c, $T_2 = 0.01$ c, $T_3 = 1$ c, $\tau = 0.1$ c, $\zeta = 0.7$.



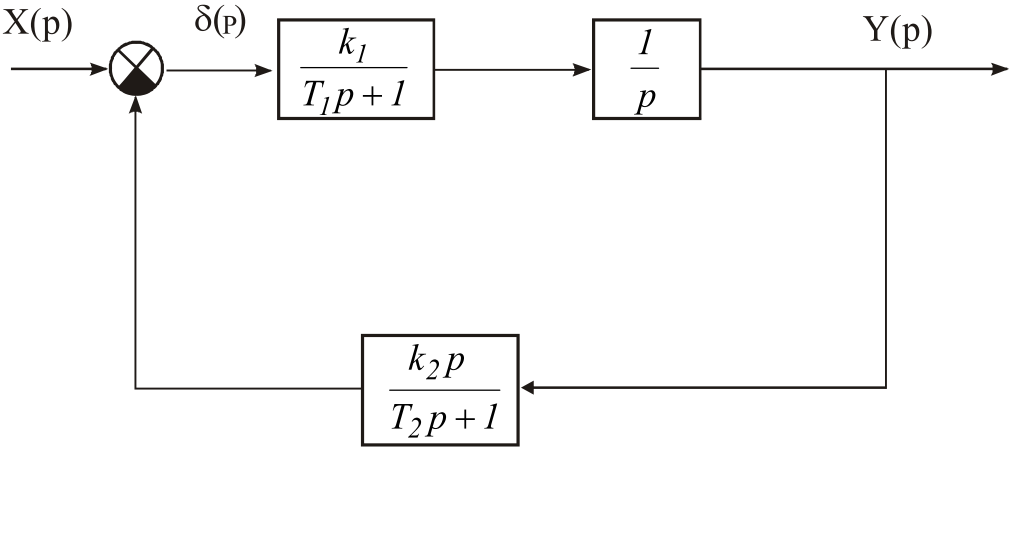
10. $k = 100$ с$^{-1}$, $T_1 = 1$ с, $T_2 = 0.02$ с.



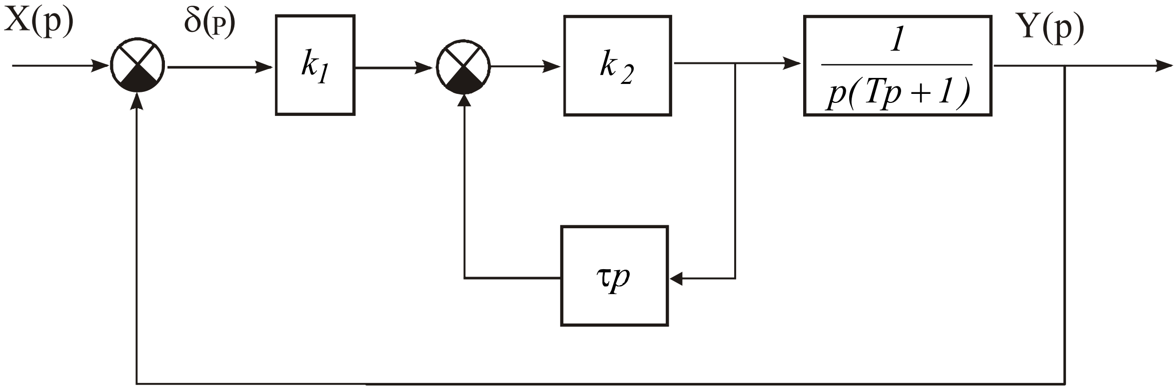
11. $k_1 = 2$ с$^{-1}$, $k_2 = 5$ с$^{-1}$, $T_1 = 0.05$ с, $T_2 = 0.25$ с, $T_3 = 0.01$ с.



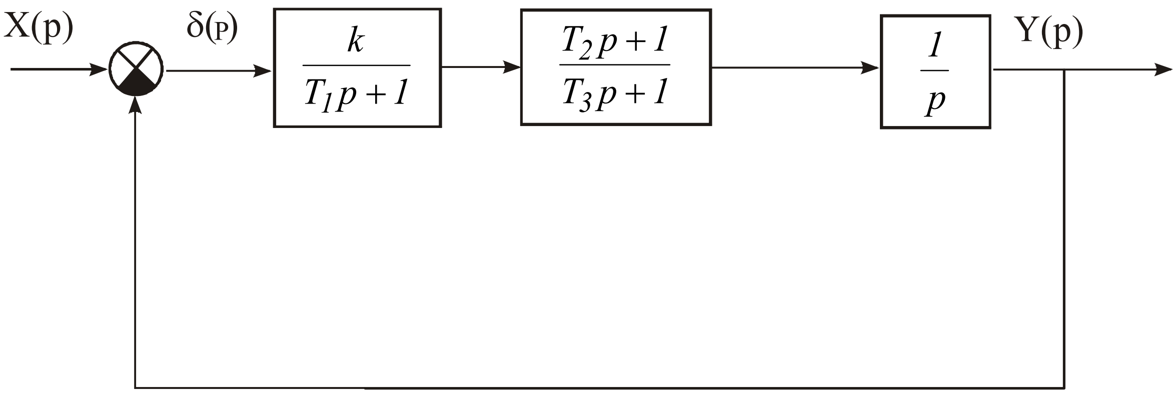
12. $k_1 = 100$ с$^{-1}$, $k_2 = 0.1$ с$^{-1}$, $T_1 = 1$ с, $T_2 = 0.02$ с.



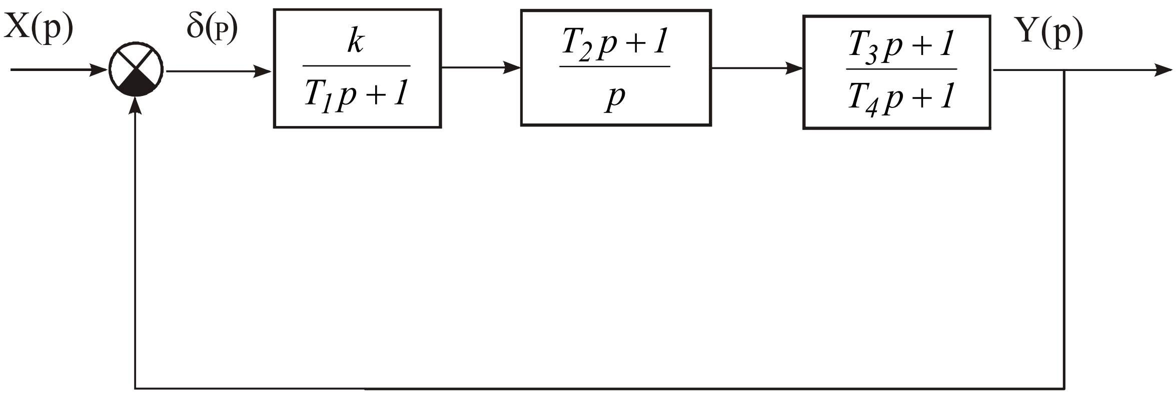
13. $k_1 = 100$ с$^{-1}$, $k_2 = 0.1$ с$^{-1}$, $\tau = 0.1$ с, $T = 0.2$ с.



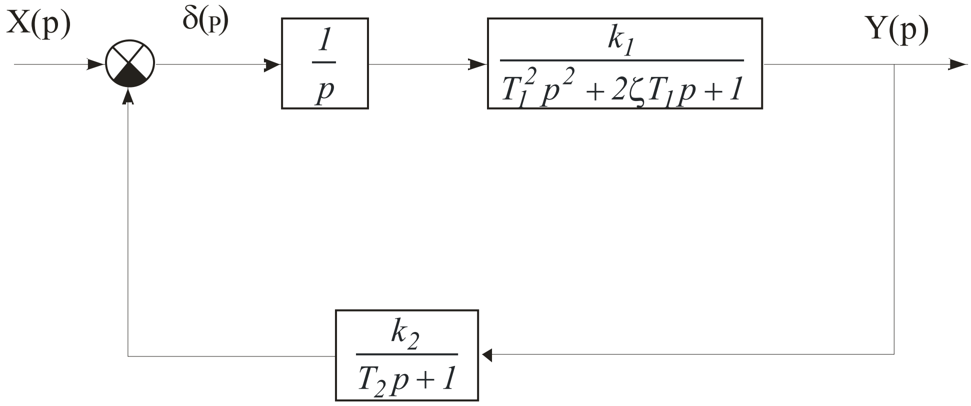
14. $k = 10$ с$^{-1}$, $T_1 = 2$ с, $T_2 = 0.1$ с, $T_3 = 0.01$ с.



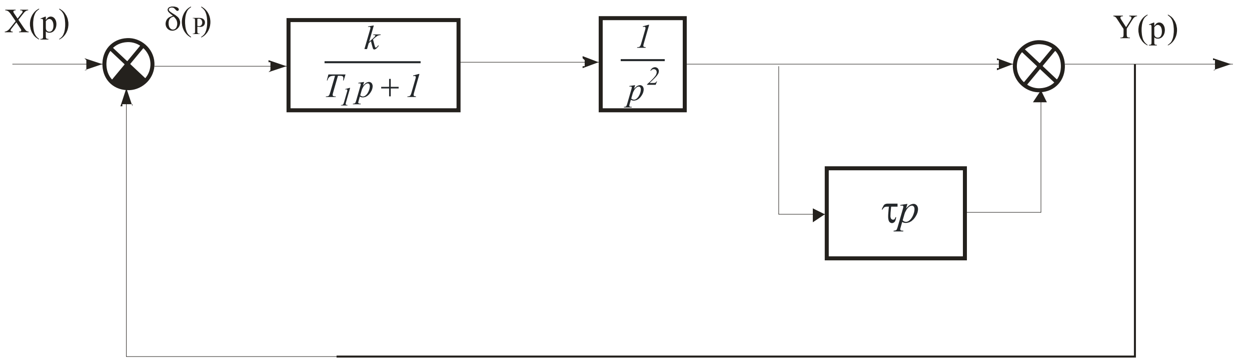
15. $k = 100$ с$^{-1}$, $T_1 = 5$ с, $T_2 = 0.1$ с, $T_3 = 0.01$ с, $T_4 = 0.02$ с.



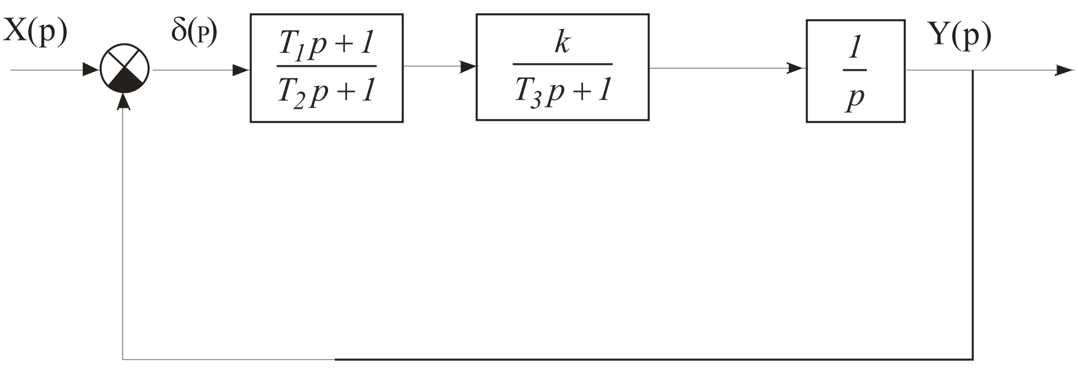
16. $k_1 = 10$ с$^{-1}$, $k_2 = 10$ с$^{-1}$, $T_1 = 0.01$ с, $T_2 = 0.1$ с, $\zeta = 0.7$.



17. $k = 100$ с$^{-1}$, $T_1 = 0.1$ с, $\tau = 1$ с.



18. $k = 100$ с$^{-1}$, $T_1 = 0.1$ с, $T_2 = 1$ с, $T_3 = 0.01$ с.



4. Побудова логарифмічних частотних характеристик розімкненої системи.

Розглянемо отримання частотних характеристик на прикладі передаточної функції розімкненої системи

$$W_{роз}(p) = \frac{K(T_1 p + 1)}{p(T_2 p + 1)(T_3^2 p_2 + 2T_3 \zeta p + 1)}, \qquad (29)$$

де $K = 10$ с$^{-1}$, $T_1 = 0.1$ с, $T_2 = 0.5$ с, $T_3 = 0.01$ с, $\zeta = 0.7$.

За такого значення ζ можна не враховувати горба амплітудно-частотної характеристики коливальної ланки, величина якого при цьому не перевищує значення 3 дБ.

Амплітудна і фазова частотні характеристики розімкненої системи визначаються за виразами:

$$N(\omega) = \frac{K}{\omega} \sqrt{\frac{1 + T_1^2 \omega^2}{(1 + T_2^2 \omega^2)\left[(1 - T_3^2 \omega^2)^2 + 4\zeta^2 T_3^2 \omega^2\right]}}\ ; \qquad (30)$$

$$\varphi(\omega) = -90^0 + arctg\, T_1\omega - arctg\, T_2\omega - arctg \frac{2\zeta T_3 \omega}{1 - T_3^2 \omega^2}. \qquad (31)$$

Логарифмічна амплітудно-частотна характеристика (ЛАХ) розімкненої системи:

$$L(\omega) = 20 \lg N(\omega) = \sum_{i=1}^{n} L_i(\omega), \qquad (32)$$

де $L_i(\omega)$ – ЛАХ *i*-ї ланки системи.

Одиницею виміру $L(\omega)$ є децибел (відкладаємо на осі ординат), а на осі абсцис відкладається частота ω $[c^{-1}]$ в логарифмічному масштабі.

Вираз для ЛФХ (зберігається у вигляді (31) без змін) також запишемо у вигляді алгебраїчної суми:

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega) \qquad (33)$$

де $\varphi_i(\omega)$ – ЛФХ *i*-ї ланки.

При побудові ЛФХ відлік кутів φ іде за віссю ординат в звичайному масштабі в кутових градусах. За віссю абсцис відкладається частота в логарифмічному масштабі.

Характеристики $L(\omega)$ і $\varphi(\omega)$ будують на одному бланку, причому $\varphi(\omega)$ розташовують точно під $L(\omega)$.

ЛАХ і ЛФХ можна побудувати за виразами (30)…(32), або безпосередньо за заданою передаточною функцією, використовуючи відомі асимптотичні характеристики окремих ланок.

Розглянемо методику побудови асимптотичних характеристик.

Пронумерувавши за порядком всі співмножники передаточної функції:

$$W_{роз}(p)=\frac{\overset{1}{K}\overset{2}{(T_1 p+1)}}{\underset{3}{p}\underset{4}{(T_2 p+1)}\underset{5}{(T_3{}^2 p^2+2T_3\zeta p+1)}},$$

для кожного з них побудуємо відому асимптотичну ЛАХ, як показано на мал. 8,а.

Просте складання $L_i(\omega)$, де $i=\overline{1,5}$, дає шукану ЛАХ даної розімкненої системи (мал. 8,б). Алгебраїчна сума фазових характеристик окремих ланок $\varphi_i(\omega)$ дає результуючу ЛФХ (мал. 8,в).

Із мал. 8 видно, що сумарну характеристику $L(\omega)$ легко побудувати без зображення окремих частин характеристики безпосередньо за передаточною функцією $W_{роз}(p)$ відповідно до такого порядку:

1. Визначити спрягаючі частоти $\omega_1,\ \omega_2,\dots,\ \omega_n$, де $\omega_i=\frac{1}{T_i}$, і відкласти їх значення вздовж осі частот.
2. На частоті $\omega=1$ відкласти ординату, яка дорівнює $20\lg K$, де K - коефіцієнт підсилення розімкненої системи, позначивши дану точку ***A***.
3. Через точку ***A*** провести пряму з нахилом $-\nu 20$ дБ/дек, де ν - порядок астатизму системи, до першої спрягаючої частоти. Даний відрізок є низькочастотною асимптотою ЛАХ. Якщо перша спрягаюча частота менша за одиницю (тобто лежить зліва від частоти $\omega=1$ на осі частот), то через точку ***A*** пройде продовження низькочастотної асимптоти.
4. Після кожної частоти спряження ω_i необхідно змінювати нахил ЛАХ

- на –20 дБ/дек, якщо спрягаюча частота визначається сталою часу ланки першого порядку типу $(Tp+1)$ в знаменнику $W_{роз}(p)$;

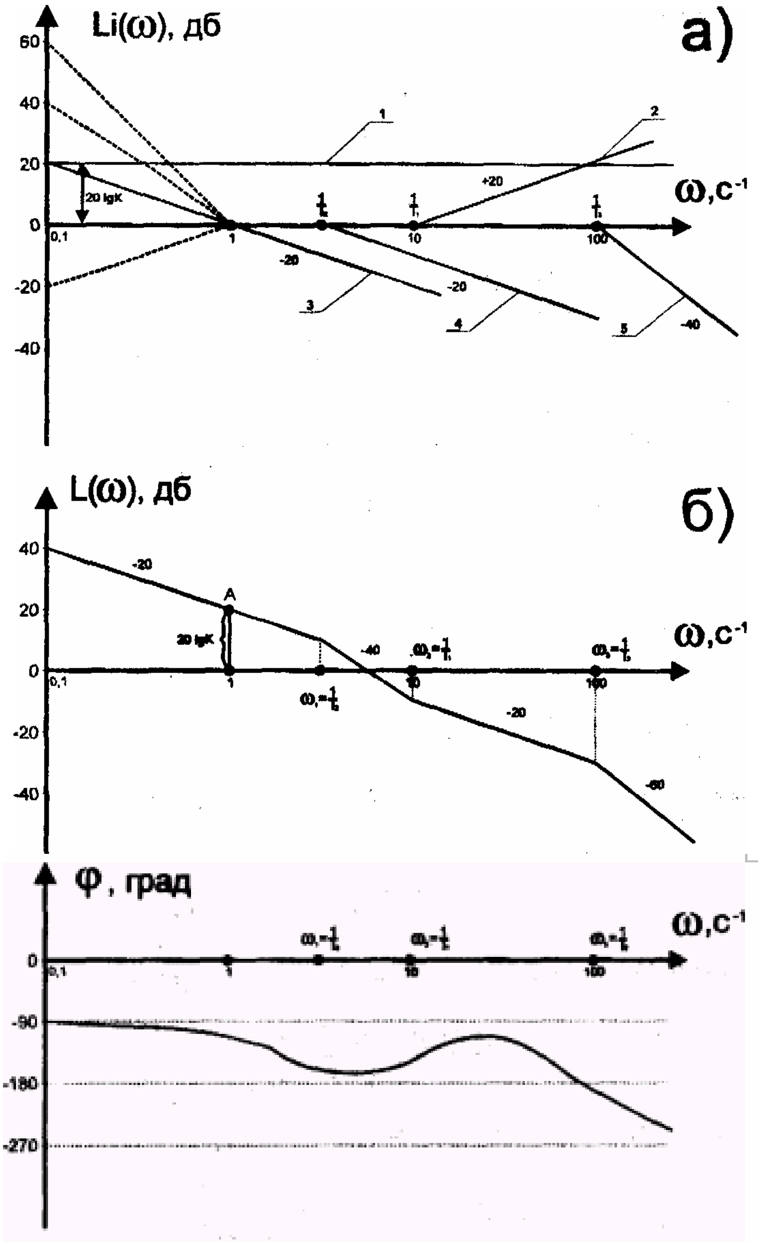
- на +20 дБ/дек, якщо спрягаюча частота визначається сталою часу ланки того ж типу в чисельнику $W_{роз}(p)$;

- для ланок другого порядку (аперіодична другого порядку, коливальна) нахил змінюється на ± 40 дБ/дек («+» – якщо ланка в чисельнику $W_{роз}(p)$;»–« – якщо в знаменнику).

Для побудови точної ЛФХ розрахунок слід проводити за формулою (31), а дані розрахунку звести в таблицю (табл. 2), за результатами розрахунку побудувати графік сумарної характеристики.

Таблиця 2.

ω	$\varphi_2 = arctg\omega T_1$	$\varphi_3 = -90^0$	$\varphi_4 = -arctg\omega T_2$	$\varphi_5 = -arctg\dfrac{2\zeta T_3\omega}{1 - T_3^2\omega^2}$	$\varphi(\omega) = \sum\varphi_i(\omega)$



Мал. 8

Контрольні завдання № 3

Побудувати ЛАХ і ЛФХ розімкненої системи, використовуючи структурні схеми і значення параметрів САК, які наведені в контрольних завданнях № 2.

5. Оцінка точності САК

В ТАК точність автоматичних систем, як правило, оцінюють за усталеними помилками, тобто за помилками в усталеному режимі, який настає після завершення перехідного процесу.

Усталені похибки САК визначають, використовуючи теорему про кінцеве значення функції:

$$\delta_{уст.} = \lim_{t\to\infty} \delta(t) = \lim_{p\to 0} p\Phi_{\delta}(p)X(p) \tag{34}$$

де $\Phi_{\delta}(p)$ – передаточна функція замкненої системи за помилкою; $X(p)$ – зображення вхідного діяння.

Якщо визначається усталена помилка системи, зумовлена збурюючим діянням *f(t)*, то в формулі (34) використовуються відповідно передаточна функція за збуренням $\Phi_f(p)$ і зображення збурюючого діяння $F(p)$.

<u>За сталого вхідного діяння</u> $x(t) = x_0 = const$ і, відтак, $X(p) = \dfrac{x_0}{p}$ за формулою (34) визначимо статичну помилку САК $\delta_{ст.}$.

Якщо ж на вхід системи подається задаюче діяння, яке змінюється <u>за постійною швидкістю</u> $x(t) = x_1 t$, то $X(p) = \dfrac{x_1}{p^2}$ і кінцеве усталене значення (34) називається швидкісною помилкою САК $\delta_{шв.}$.

<u>Динамічною помилкою САК</u> $\delta_{дин.}$ називається кінцеве усталене значення (34) за подання на вхід задаючого діяння, <u>змінного за постійним прискоренням</u> $x(t) = x_2 t^2$ і, отже, $X(p) = \dfrac{2x_2}{p^3}$.

Для прикладу визначимо швидкісну помилку системи з передаточною функцією розімкненого ланцюга вигляду:

$$W_{роз}(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}.$$

Передаточну функцію замкненої системи за помилкою:

$$\Phi_{\delta}(p) = \frac{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + K};$$

і зображення вхідного діяння $X(p) = \dfrac{x_1}{p^2}$ підставимо в формулу (29):

$$\delta_{шв.} = \lim_{p\to 0} \; p\frac{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + K} \cdot \frac{x_1}{p^2} = \frac{x_1}{K}$$

В загальному випадку, якщо поступаюче на вхід САК діяння <u>має вигляд полінома</u> $x(t)=x_0+x_1t+x_2t^2+\dots$, помилку системи можна розрахувати за допомогою коефіцієнтів помилки:

$$\delta(t)=C_0x(t)+C_1\frac{dx(t)}{dt}+C_2\frac{d^2x(t)}{dt_2}+C_3\frac{d^3x(t)}{dt^3}+\dots \qquad (35)$$

Коефіцієнти помилки C_i зручно знаходити, використовуючи розкладання передаточної функції за помилкою в ряд Маклорена:

$$\Phi_\delta(p)=\frac{Q(p)}{D(p)}=C_0+C_1p+C_2p^2+C_3p^3+\dots \qquad (36)$$

шляхом ділення полінома чисельника $Q(p)$ на поліном знаменника $D(p)$, а потім порівнюючи між собою коефіцієнти при однакових степенях p полінома, отриманого в результаті ділення, з відповідними коефіцієнтами виразу (35). При обчисленні помилки $\delta(t)$ вказаним способом часто обмежуються першими трьома доданками в (35).

Для розглядуваного вище прикладу визначимо помилку керування за коефіцієнтами помилки.

Передаточна функція САК за помилкою:

$$\Phi_\delta(p)=\frac{p(T_1p+1)(T_2p+1)}{p(T_1p+1)(T_2p+1)+K}=\frac{Q(p)}{D(p)}$$

Ділимо чисельник $Q(p)$ на знаменник $D(p)$, записавши вказані поліноми в порядку зростання степеня p:

$$\begin{array}{l|l}
p+(T_1+T_2)p^2+T_1T_2p^3 & K+p+(T_1+T_2)p^2+T_1T_2p^3 \\ \cline{2-2}
- & \frac{1}{K}p+\frac{1}{K}(T_1+T_2-1/K)p^2+\dots \\
p+\frac{1}{K}p^2+\frac{T_1+T_2}{K}p^3+\frac{T_1T_2}{K}p^4 & \\ \hline
(T_1+T_2-1/K)p^2+(T_1T_2-\frac{T_1+T_2}{K})p^3-\frac{T_1T_2}{K}p^4 &
\end{array}$$

....

Порівнюючи результати ділення з (36), отримаємо:

$C_0=0;\quad C_1=1/K[c];\quad C_2=1/K(T_1+T_2-1/K)[c^2].$

Визначивши коефіцієнти помилки C_i, за формулою (35) розраховуємо значення помилки САК $\delta(t)$.

Якщо на вхід САК подається <u>гармонічний задаючий вплив:</u>

$$x(t)=A_m\sin\omega_xt, \qquad (37)$$

де A_m, ω_x – відповідно амплітуда та частота сигналу, тоді динамічна помилка також буде синусоїдною:

$$\delta(t) = \delta_m \sin(\omega_x t + \varphi_\delta) \tag{38}$$

де δ_m, φ_δ – відповідно амплітуда та фаза помилки;

$$\delta_m = \sqrt{M^2 + N^2}; \quad \varphi_\delta = arctg\frac{N}{M}; \tag{39}$$

$$M = C_0 - C_2\omega_x^2 + C_4\omega_x^4 - ...; \qquad N = C_1\omega_x - C_3\omega_x^3 + C_5\omega_x^5 - ...$$

Іноді визначають тільки амплітуду помилки δ_m. Для задаючого діяння (37), частота якого ω_x знаходиться в смузі низьких та середніх частот, де підсилення розімкненої системи більше від одиниці, тобто

$$\left|W_{роз}(j\omega_x)\right| > 1, \tag{40}$$

доцільно використовувати наближений вираз для визначення амплітуди δ_m. Передаточну функцію замкненої системи за помилкою в цьому випадку запишемо у вигляді:

$$\Phi_\delta(j\omega_x) = \frac{1}{1 + W_{роз}(j\omega_x)} \approx \frac{1}{W_{роз}(j\omega_x)}. \tag{41}$$

Тоді амплітуда помилки δ_m визначається з виразу:

$$\delta_m = A_m\left|\Phi_\delta(j\omega_x)\right| \approx \frac{A_m}{\left|W_{роз}(j\omega_x)\right|}. \tag{42}$$

Величину $\left|W_{роз}(j\omega_x)\right|$ можна визначити аналітичним шляхом, або використовуючи ЛАХ розімкненої системи $L(\omega)$ за виразом:

$$\left|W_{роз}(j\omega_x)\right| = 10^{\frac{L(\omega_x)}{20}}, \tag{43}$$

де $L(\omega_x)$ – ордината ЛАХ на частоті задаючого діяння ω_x.

Контрольні завдання № 4

Визначити усталені помилки САК, якщо задано передаточну функцію розімкненої системи і вигляд задаючого діяння.

1. $W_{роз}(p) = \dfrac{K(T_1p + 1)}{p(T_2p + 1)(T_3p + 1)}$; $\qquad x(t) = 5 + 10t + 0{,}2t^2$;

   $K = 100c^{-1}$; $\quad T_1 = 5c$; $\quad T_2 = 0{,}01c$; $\quad T_3 = 10c$;

2. $W_{роз}(p) = \dfrac{K(T_1p + 1)}{p^2(T_2p + 1)(T_3^2p_2 + 2T_3\zeta p + 1}$; $\qquad x(t) = 2{,}5t^2$

   $K = 10c^{-1}$; $\quad T_1 = 1c$; $\quad T_2 = 5c$; $\quad T_3 = 0{,}01c$; $\quad \zeta = 0{,}7$;

3. $W_{роз}(p) = \dfrac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$; $x(t) = 1{,}5 \sin 0{,}5t$;

$K = 10c^{-1}$; $T_1 = 1c$; $T_2 = 0{,}05c$;

4. $W_{роз}(p) = \dfrac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$; $x(t) = 100 + 50t$;

$K = 60c^{-1}$; $T_1 = 0{,}1c$; $T_2 = 10c$;

5. $W_{роз}(p) = \dfrac{K(T_1 p + 1)^2}{p(T_2^{\,2} p_2 + 2T_2\zeta p + 1)}$; $x(t) = 0{,}5t + 2t^2$;

$K = 50c^{-1}$; $T_1 = 0{,}5c$; $T_2 = 1c$; $\zeta = 0{,}7$;

6. $W_{роз}(p) = \dfrac{Kp(T_1 p + 1)}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$; $x(t) = 10$;

$K = 0{,}1c^{-1}$; $T_1 = 1c$; $T_2 = 10c$; $T_3 = 0{,}2c$;

7. $W_{роз}(p) = \dfrac{K(T_1 p + 1)}{p_2(T_2 p + 1)^2}$; $x(t) = 5t + 0{,}7t^2$;

$K = 30c^{-1}$; $T_1 = 2c$; $T_2 = 0{,}01c$;

8. $W_{роз}(p) = \dfrac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)^2}$; $x(t) = 1{,}2 \sin 0{,}5t$;

$K = 25c^{-1}$; $T_1 = 5c$; $T_2 = 0{,}1c$;

9. $W_{роз}(p) = \dfrac{K(T_1 p + 1)}{p(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$; $x(t) = 5 + 1{,}5t$;

$K = 50c^{-1}$; $T_1 = 0{,}2c$; $T_2 = 1c$; $T_3 = 0{,}01c$;

10. $W_{роз}(p) = \dfrac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2^{\,2} p^2 + 2T_2\zeta p + 1)}$; $x(t) = 0{,}75t$;

$K = 10c^{-1}$; $T_1 = 1c$; $T_2 = 0{,}1c$; $\zeta = 0{,}7$;

11. $W_{роз}(p) = \dfrac{K(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{p(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}$; $x(t) = 3{,}5 + 15t$;

$K = 100c^{-1}$; $T_1 = 0{,}1c$; $T_2 = 0{,}7c$; $T_3 = 1c$; $T_4 = 0{,}05c$;

12. $W_{роз}(p)=\dfrac{K(T_1p+1)^2}{p^2(T_2p+1)^2};$ $x(t)=1{,}5t+10t^2;$

$K=70c^{-1};$ $T_1=2c;$ $T_2=0{,}1c;$

13. $W_{роз}(p)=\dfrac{Kp}{(T_1p+1)^2(T_2p+1)};$ $x(t)=0{,}5;$

$K=20c^{-1};$ $T_1=1c;$ $T_2=0{,}05c;$

14. $W_{роз}(p)=\dfrac{K(T_1p+1)}{(T_2p+1)(T_3^2p^2+2T_3\zeta p+1)};$ $x(t)=0{,}25+1{,}5t;$

$K=15c^{-1};$ $T_1=0{,}1c;$ $T_2=5c;$ $T_3=0{,}01c;$ $\zeta=0{,}7;$

15. $W_{роз}(p)=\dfrac{K(T_1p+1)}{p^2(T_2p+1)};$ $x(t)=15t+8t^2;$

$K=50c^{-1};$ $T_1=5c;$ $T_2=0{,}05c;$

16. $W_{роз}(p)=\dfrac{K}{p(T_1p+1)(T_2p+1)^2};$ $x(t)=30+50t;$

$K=120c^{-1};$ $T_1=0{,}5c;$ $T_2=0{,}01c;$

17. $W_{роз}(p)=\dfrac{K(T_1p+1)}{p(T_2^2p^2+2T_2\zeta p+1)};$ $x(t)=0{,}5\sin 0{,}3t;$

$K=25c^{-1};$ $T_1=1c;$ $T_2=0{,}1c;$ $\zeta=0{,}7;$

18. $W_{роз}(p)=\dfrac{K(T_1p+1)}{(T_2p+1)(T_3p+1)};$ $x(t)=\sin 0{,}1t;$

$K=40c^{-1};$ $T_1=0{,}2c;$ $T_2=5c;$ $T_3=0{,}05c;$

Список літератури

1. Айзерман М.А. Лекции по теории автоматического регулирования. - М.: Гос. изд. физ.-мат. литер., 1958. - 520 с.
2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления-М.: Наука, 1972. - 768 с.
3. Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования. - 2-е изд., перераб. и доп. - Л.: Высшая шк. Головное изд-во, 1989. - 431 с.
4. Методические указания по выполнению курсовых и расчетно-графических работ по теории автоматического управления/ сост. О.К.Федоров, Н. И. Голубничий. - К.: КПИ, 1983. - 72 с.
5. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. - М.: Наука, 1978. - 256 с.